**Школьный этап всероссийской олимпиады школьников по математике**

**9 класс**

**2020-2021 учебный год**

**ОТВЕТЫ**

**Время выполнения – 180 мин**

**Каждое задание оценивается в 7 баллов.**

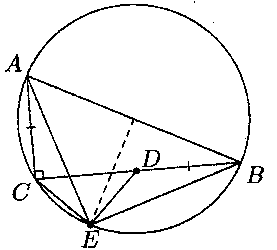
**Максимальное количество баллов – 35**

1. Утверждение задачи следует из разложения данного выражения на множители, каждый из которых больше единицы при всех натуральных *n*:

*(n3+8)+(3n2+6n)=(n+2)(n2-2n+4)+3n(n+2)=(n+2)(n2+n+4)*

1. Среди шести последовательных натуральных чисел ровно три нечетных. Поэтому их сумма нечетна. Значит, Петя солгал либо в первый раз, либо во второй, и поэтому он лжец, т.е. солгал оба раза. Но тогда лжец и Вася, потому что в первом своем высказывании он назвал шесть натуральных чисел, а высказывание, что сумма данных шести чисел четна, ложно. Так как Вася – лжец и сказал, что Коля – лжец, то на самом деле Коля говорит правду. Теперь, чтобы найти сообщенные мальчикам числа, достаточно заметить, что сумма всех чисел от 1 до 7 равна 28, и, чтобы выполнялось второе утверждение Коли, т.е. осталось шесть чисел с суммой 25, надо убрать из данной суммы число 3.

Ответ: 1, 2, 4, 5, 6, 7.

1. Точка E – середина дуги AB, поэтому AE = BE. Кроме того, вписанные углы CAE и EBC, опирающиеся на одну дугу, равны. Также по условию, AC = BD. Значит, треугольники ACE и BDE равны, откуда ****. Но тогда ****, так как .
2. Заметим, что сухая часть свежих фруктов составляет 14%, а высушенных — 77%. Значит, для приготовления 72 кг высушенных фруктов требуется 396 кг свежих.

Ответ: 396 кг.

1. **Первое решение.** Разделим все монеты на две части по 20 монет и взвесим. Так как фальшивых монет нечетное число, то одна из кучек перевесит. Значит, в ней не более одной фальшивой монеты. Разделим ее на две кучки по 10 монет и взвесим их. Если чашки весов оказались в равновесии, то все 20 взвешиваемых монет настоящие. Если одна из чашек перевесила, то на ней 10 настоящих монет, а среди других 10 монет ровно одна фальшивая. Разделим эти 10 монет на три кучки, состоящие из 4, 4 и 2 монет. Третьим взвешиванием сравним две кучки по 4 монеты. Если они уравновесятся, то все 8 монет настоящие, и мы нашли 18 настоящих монет. Если одна из кучек перевесит, то в ней 4 настоящие монеты, в другой кучке есть фальшивая, а 2 отложенные монеты – настоящие.

**Второе решение.** Разделим все монеты на пять равных кучек, в каждой из которых по 8 монет, и пронумеруем их. Положим на одну чашку весов 1-ю и 2-ю кучки, а на другую – 3-ю и 4-ю. Рассмотрим *первый случай* – весы уравновесились. Тогда либо на каждой чашке находится по одной фальшивой монете, либо все монеты во взвешивании настоящие. Тогда возьмем и взвесим 1-ю и 2-ю кучки. Если они уравновесились, то все 16 монет настоящие. Если одна из кучек перевесила, то в ней 8 настоящих монет. Третьим взвешиванием сравниваем 3-ю и 4-ю кучки и определяем следующие 8 настоящих монет. Теперь рассмотрим *второй случай* – весы не уравновесились. Пусть для определенности перевесили 1-я и 2-я кучки, тогда среди них не более одной фальшивой монеты. Вторым взвешиванием сравним 1-ю и 2-ю кучки. Если они уравновесились, то все 16 монет настоящие. Если одна из кучек перевесила, то в ней 8 настоящих монет, а в другой ровно одна фальшивая. Следовательно, в 3-й и 4-й кучках ровно две фальшивые монеты, а в 5-й кучке 8 настоящих монет. Значит, всего найдено 16 настоящих монет.